

УДК 53.08

DOI 10.25587/2222-5404-2024-21-1-70-80

Математическое моделирование эмиссионных характеристик полевого электронного катода в растровом электронном микроскопе в условиях исследования биообразцов

С. Н. Мамаева¹ ✉, Н. В. Егоров², Б. В. Яковлев¹, А. Н. Павлов¹, Н. А. Николаева¹, Г. В. Максимов³

¹Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, г. Якутск, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия

³Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

✉ sargylana_mamaeva@mail.ru

Аннотация. В настоящее время интенсивно развивается применение электронных микроскопов в медицине, в том числе сканирующих электронных микроскопов (СЭМ), разработанных для решения огромного количества проблем в различных областях с широким диапазоном ускоряющих электроны напряжений, энергии электронных пучков. Разработка СЭМ с определёнными эмиссионными характеристиками, с диапазоном более низких энергий пучков для исследования биообразцов является актуальной задачей, т. к. модификация СЭМ для решения задач, например, в медицине, позволило бы получать более качественные изображения биообразцов в диагностике и наблюдении эффективности терапии. Для разработки новых СЭМ с определёнными характеристиками предлагается проведение менее затратных исследований с помощью численных методов на основе математических моделей процессов в электронно-оптических системах СЭМ. В связи с этим в данной работе ставится задача определения размера и формы пучка, основных эмиссионных характеристик полевого электронного катода (ПЭК) СЭМ, находящегося под воздействием возбуждающего электронную эмиссию электрического поля и внешнего продольного магнитного поля путем исследования движения крайнего электрона пучка с учетом влияния пространственного заряда электронов пучка, внешнего магнитного поля. В модели ПЭК аппроксимируется параболоидом вращения, вводится понятие граничного «крайнего» электрона, траекторией которого определяются форма и размер пучка. Задача расчета эмиссионных характеристик вдоль траектории крайнего электрона ПЭК решается с помощью математической модели, включающей следующие уравнения: движения «крайнего» электрона, Максвелла вне и внутри пучка, непрерывности плотности тока, уравнения Фаулера-Нордгейма. В итоге получена система из 18 обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, численный расчет которых с помощью метода Рунге-Кутты 4 порядка позволяет получить эмиссионные характеристики ПЭК. В результате предполагается целесообразность модификации СЭМ для более эффективного применения в области медицины с учетом все более широкого применения их в диагностике заболеваний и возможного улучшения качества изображений за счет разработки ПЭК СЭМ с более подходящими характеристиками.

Ключевые слова: сканирующий электронный микроскоп, полевой электронный катод, полевая электронная эмиссия, математическое моделирование, эмиссионные характеристики, крайний электрон, уравнение Фаулера-Нордгейма, исследование биообразцов, обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, численный метод Рунге-Кутты 4 порядка.

Для цитирования: Мамаева С. Н., Егоров Н. В., Яковлев Б. В., Павлов А. Н., Николаева Н. А., Максимов Г. В. Математическое моделирование эмиссионных характеристик полевого электронного катода в растровом электронном микроскопе в условиях исследования биообразцов. Вестник СВФУ. 2024, Т. 21, №1. С. 70–80. DOI: 10.25587/2222-5404-2024-21-1-70-80

Mathematical modelling of the emission characteristics of a field electron cathode in a scanning electron microscope under biosampling conditions

S. N. Mamaeva¹✉, N. V. Egorov², B. V. Yakovlev¹, A. N. Pavlov¹, N. A. Nikolaeva¹, G. V. Maksimov³

¹M.K. Ammosov North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russia

²Saint-Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

³M.V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

✉ sargylana_mamaeva@mail.ru

Abstract. Currently, the use of electron microscopes in medicine is developing intensively, including scanning electron microscopes (SEM), which are designed to solve a huge number of problems in various fields with a wide range of electron accelerating voltages and electron beam energies. The development of an SEM with certain emission characteristics, with a range of lower beam energies for the study of biological samples, is an urgent task because modifying the SEM to solve problems in medicine, for example, would make it possible to obtain higher-quality images of biospecimens for diagnostics and monitoring the effectiveness of therapy. To develop new SEMs with certain characteristics, it is proposed to conduct less expensive research using numerical methods based on mathematical models of processes in electron-optical SEM systems. In this regard, this work sets the task of determining the size and shape of the beam, the main emission characteristics of the field electron cathode (FEC) of the SEM, which is under the influence of the electric field that excites electron emission and the external longitudinal magnetic field by studying the movement of the outermost electron of the beam, taking into account the influence of space charge beam electrons, external magnetic field. In the model, the FEC is approximated by a paraboloid of rotation, and the concept of a boundary “outermost” electron is introduced, the trajectory of which determines the shape and size of the beam. The problem of calculating the emission characteristics along the trajectory of the outermost electron of a FEC is solved using a mathematical model that includes the following equations: motion of the “outermost” electron, Maxwell outside and inside the beam, continuity of the current density, Fowler-Nordheim equation. As a result, a system of 18 first-order ordinary differential equations was obtained, the numerical calculation of which using the 4th order Runge-Kutta method allows us to obtain the emission characteristics of the FEC. As a result, it is suggested that it would be feasible to modify SEMs for more effective use in the medical field, taking into account their increasing use in disease diagnosis and the possible improvement of image quality through the development of FEC SEMs with more suitable characteristics.

Keywords: scanning electron microscope, field electron cathode, field electron emission, mathematical modelling, emission characteristics, extreme electron, Fowler–Nordheim equation, study of biological samples, ordinary differential equations of the first order, Runge-Kutta numerical method of the 4th order.

For citation: Mamaeva S. N., Egorov N. V., Yakovlev B. V., Pavlov A. N., Nikolaeva N. A., Maksimov G. V. Mathematical modelling of the emission characteristics of a field electron cathode in a scanning electron microscope under biosampling conditions. Vestnik of NEFU. 2024, Vol. 21, No. 1. Pp. 70–80. DOI: 10.25587/2222-5404-2024-21-1-70-80

Введение

В настоящее время существенно возросло применение электронных микроскопов в таких областях науки, как биология и медицина. Например, электронные микроскопы (ЭМ) используют для анализа различных типов клеток при раке поджелудочной железы [1]. Также с помощью ЭМ наблюдают внеклеточные везикулы, которые играют важную роль как в росте первичной опухоли, так и в процессе образования метастазов. Везикулы могут быть биомаркерами для прогнозирования и предотвращения будущего метастатического развития [2]. Несмотря на их распространенность в организме и участие во множестве биологических процессов, морфология их относительно неизвестна. Метод сканирующей

электронной микроскопии (СЭМ) обычно используется для исследования клеток и может обеспечивать разрешающую способность, необходимую для визуализации везикул, размер которых варьирует от 30 до 200 нм [3]. Работы по выявлению рака по везикулам также проводят на кафедре медицинской биофизики клетки в университете Твенте [4].

Ранее с помощью СЭМ авторами статьи были получены изображения эритроцитов пациентов с раковыми заболеваниями и заболеваниями почек при увеличениях от 1.000х до 100.000х [5, 6], которые позволили визуализировать на поверхности эритроцитов и в крови наноразмерные частицы, являющиеся, по предположению, везикулами, вирусными частицами. Полученные в этих работах результаты, которые могут быть использованы в ранней диагностике заболеваний и в определении эффективности их терапии, были подтверждены другими исследованиями авторов.

Полевой электронный катод (ПЭК), эмитирующий электроны при комнатной температуре, названный источником электронов холодной эмиссии или источником полевой электронной эмиссии (ПЭЭ), принцип которого отличается от принципов работы термополевых электронных катодов (ТПЭК) и эмиссии электронов Шоттки, в настоящее время используется в области трансмиссионной электронной микроскопии и СЭМ в различных областях научных исследований современных актуальных проблем науки и техники. ПЭК и ТПЭК хорошо подходят для работы в диапазоне ускоряющих напряжений от 100 эВ до 30 КэВ, при которых могут быть получены плотности токов, равные 10^6 – 10^8 А/м². ПЭК изготавливают из тугоплавких материалов, таких как вольфрам. Для получения ПЭЭ используются ПЭК, представляющие собой острие, радиус кривизны которого должен быть не более 1 мкм, что обуславливает образование сильного локального поля.

Создание модификаций СЭМ для исследования биообразцов может быть основано на математической модели электронно-оптических систем с ПЭК, применение которой позволило бы значительно сократить временные и материальные затраты на проведение экспериментальных работ по созданию прототипов таких устройств. При помощи таких моделей можно было бы получать и анализировать эмиссионные характеристики электронного пучка СЭМ. В СЭМ для формирования электронного пучка, кроме электрического поля, вызывающего эмиссию электронов и ускоряющего их, используется магнитное поле. Электронные пучки в СЭМ фокусируются магнитным полем, т. к. электронный пучок, управляемый магнитным полем электромагнитных линз, обладает меньшими aberrациями. Для создания магнитного поля используются проволочные катушки, которые называют «электромагнитами», при этом, пропуская ток через эти катушки, можно осуществлять управление траекториями электронов.

Для численного расчета модели можно использовать параметры режима работы, установленные при экспериментальных исследованиях эритроцитов нативных образцов крови СЭМ определённой модификации [5, 6], как исходные параметры. Для величины ускоряющего напряжения необходимо использовать низкокиловольтные значения, например, 1–2 кВ, подбирать величины размера ПЭК – радиуса закругления острия менее 100 нм, начального значения плотности приповерхностного тока около 105 А/см², значений напряженности электрического поля $E > 10^7$ В/см, индукцию магнитного поля, чтобы в итоге получить тока пучка порядка 10 нА, а размеры диаметра электронного зонда – не более 2 нм. Такие параметры позволят получить пространственное разрешение порядка 2–3 нм при увеличении размеров объектов исследования в сотни тысяч раз.

Целью данной работы является применение математической модели острейного полевого электронного катода – прототипа модели электронно-оптической системы для разработки модификации СЭМ, форма которого аппроксимируется поверхностью второго порядка – параболоидом вращения, для расчета его основных эмиссионных характеристик с учетом формы и размера ПЭК, пространственного заряда пучка, влияния внешних электрического и магнитного полей.

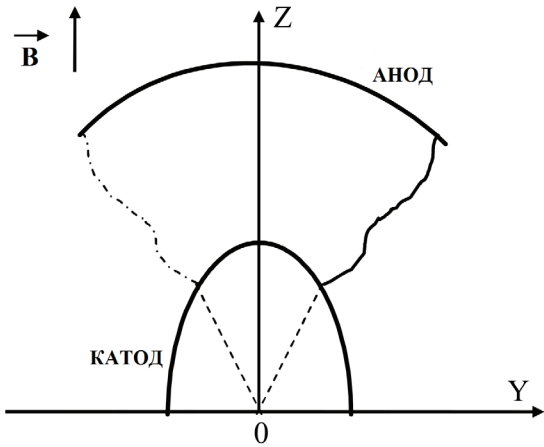


Рис. 1. Острийный полевой электронный катод
Fig. 1. Pointed field electric cathode

Объекты и методы исследования

В данной работе форма катода аппроксимируется поверхностью второго порядка: параболоидом вращения. Для решения поставленной задачи строится физико-математическая модель, наиболее приближенно описывающая явление полевой электронной эмиссии из острой структуры во внешнем магнитном поле с учетом влияний пространственного заряда пучка, ограниченности эмитирующей поверхности и пучка. В алгоритмах решений поставленной цели применяются ортогональная криволинейная система координат – параболическая система координат и метод разделения переменных. Задача сводится к задаче Коши, т. е. к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями.

Исходные уравнения и результаты численного эксперимента

В данной модели диод имеет аксиально-симметричную структуру, в которой ПЭК моделируется параболоидом вращения с поверхностной координатой σ_0 , а анод моделируется эквипотенциальной поверхностью. Координаты x_{10}, x_{20} ограничивают поверхность, с которой происходит эмиссия электронов (рис. 1).

Магнитное поле $\vec{B}$ является продольным, то есть одинаковым с осью Z, совпадающей с осью симметрии диода, то есть система является аксиально-симметричной. Для определения границ пучка вводится понятие «крайнего» электрона. Траектория данного электрона будет определять форму и размер электронного пучка (рис. 1). Итак, эмиссионные характеристики вдоль траектории крайнего электрона ПЭК рассчитываются при помощи модели, включающей следующие уравнения: уравнение движения крайнего электрона вне пучка:

$$m \ddot{\vec{r}}_v = e \vec{E}^V + e \left[\dot{\vec{r}}_v, \vec{B} \right], \tag{1}$$

соответствующие уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E}^V &= 0, \\ \text{div} \vec{E}^V &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

где m, e – соответственно масса и заряд электрона, $\vec{E}^V$ – напряженность электрического поля, $\vec{B}$ – индукция внешнего магнитного поля;
уравнение движения крайнего электрона внутри пучка:

$$m\ddot{\vec{r}} = e\vec{E} + e\left[\dot{\vec{r}}, \vec{B}\right]; \quad (3)$$

соответствующие уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{E} &= 0; \\ \operatorname{div}\vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}; \end{aligned} \quad (4)$$

уравнение непрерывности:

$$\operatorname{div}\vec{j} = 0; \quad (5)$$

уравнение Фаулера-Нордгейма:

$$j_0 = aE_0^2 \exp\left(-\frac{b}{E_0}\right), \quad (6)$$

где ρ – плотность пространственного заряда пучка эмитированных электронов, j_0 – плотность тока на поверхности катода, E_0 – напряженность электрического поля на поверхности катода, a, b – постоянные величины;
и условие на границе пучок-вакуум для крайнего электрона:

$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{\dot{x}_1^V}{\dot{x}_2^V}, \quad (7)$$

где $\dot{x}_1^V, \dot{x}_2^V$ – компоненты скорости частицы заряда в криволинейных координатах вне пучка; $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ – компоненты скорости электрона в криволинейных координатах внутри пучка.

Решение представленных уравнений определяет траекторию крайнего электрона.

Так как диодная система имеет аксиальную симметрию, то основные эмиссионные характеристики (напряженность электрического поля, плотность заряда, плотность тока) представляем зависимыми только от двух переменных – криволинейных координат x_1, x_2 :

$$\vec{E} = \vec{E}(x_1, x_2), \quad (8)$$

$$\rho = \rho(x_1, x_2), \quad (9)$$

$$\vec{j} = \vec{j}(x_1, x_2). \quad (10)$$

Расчет производится в параболической системе координат, т. е.

$$x_1 = \sigma, x_2 = \tau. \quad (11)$$

Будем считать, что электронная эмиссия происходит с ограниченного участка, которому соответствует параболоидальная координата τ_0 , определяемая из условия, что угол расходимости пучка θ_0 .

Диодная система является аксиально-симметричной, поэтому искомые функции напряженности электрического поля, плотности тока можно рассматривать как функции только от двух координат σ и τ , т. е. решение систем уравнений вне и внутри пучка ищем в следующем виде:

$$\vec{E}^V = E_\sigma^V(\sigma, \tau) \vec{e}_\sigma + E_\tau^V(\sigma, \tau) \vec{e}_\tau, \quad \vec{E} = E_\sigma(\sigma, \tau) \vec{e}_\sigma + E_\tau(\sigma, \tau) \vec{e}_\tau, \quad (12)$$

$$\vec{j} = j_\sigma(\sigma, \tau) \vec{e}_\sigma + j_\tau(\sigma, \tau) \vec{e}_\tau. \quad (13)$$

Для возможности применения методов Рунге-Кутты 4 порядка в реализации численных расчетов производится следующая замена переменных:

$$\begin{aligned} \xi_V &= \sigma_V \dot{\sigma}_V - \tau_V \dot{\tau}_V, \\ \eta_V &= \frac{\dot{\sigma}_V}{\sigma_V} + \frac{\dot{\tau}_V}{\tau_V}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для приведения уравнений Максвелла, которые представляют собой дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных, к обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка, используется следующее представление:

$$\vec{E}^V = \frac{F_\sigma^V(\sigma) G_\sigma^V(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\sigma + \frac{F_\tau^V(\sigma) G_\tau^V(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\tau. \quad (15)$$

В итоге решения уравнений (1) и (2) с использованием новых переменных (14) и преобразований функций для напряженности электрического поля $\vec{E}$ (15) получается система из восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с восемью неизвестными ($\sigma_V, \tau_V, \xi_V, \eta_V, F_\sigma^V, G_\sigma^V, F_\tau^V, G_\tau^V$):

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_V &= \frac{e}{m} \left(\frac{\sigma_V}{(\sigma_V^2 + \tau_V^2)^{1/2}} E_\sigma^V - \frac{\tau_V}{(\sigma_V^2 + \tau_V^2)^{1/2}} E_\tau^V \right), \\ \dot{\eta}_V &= K^V + \frac{e}{m} \left(\frac{1}{\sigma_V} \frac{E_\sigma^V}{(\sigma_V^2 + \tau_V^2)^{1/2}} + \frac{1}{\tau_V} \frac{E_\tau^V}{(\sigma_V^2 + \tau_V^2)^{1/2}} \right) - \eta_V^2, \\ \dot{\sigma}_V &= \frac{\sigma_V \xi_V + \sigma_V^2 \tau_V \eta_V}{\sigma_V^2 + \tau_V^2}, \\ \dot{\tau}_V &= -\frac{\tau_V \xi_V + \sigma_V^2 \tau_V \eta_V}{\sigma_V^2 + \tau_V^2}, \\ \dot{F}_\sigma^V &= c_3 F_\tau^V \dot{\sigma}_V - \frac{F_\sigma^V}{\sigma_V} \dot{\sigma}_V, \\ \dot{G}_\tau^V &= -c_3 G_\sigma^V \dot{\tau}_V - \frac{G_\tau^V}{\tau_V} \dot{\tau}_V, \\ \dot{F}_\tau^V &= c_2 F_\sigma^V \dot{\sigma}_V, \\ \dot{G}_\sigma^V &= c_2 G_\tau^V \dot{\tau}_V, \end{aligned} \quad (16)$$

где были введены следующие обозначения:

$$K^\nu = \dot{\phi}_\nu \left(\dot{\phi}_\nu + \frac{eB}{m} \right),$$

$$\dot{\phi}_\nu = -\frac{eB}{2m} + \left(W + \frac{eB}{2m} \right) \frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\sigma_\nu^2 \tau_\nu^2},$$

где $W = \dot{\phi}_0$.

Внутри пучка решение уравнений движения крайнего электрона (3) производится также с использованием следующих новых переменных:

$$\xi = \sigma \dot{\sigma} - \tau \dot{\tau},$$

$$\eta = \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} + \frac{\dot{\tau}}{\tau}. \quad (17)$$

Порядок уравнений Максвелла (5) внутри пучка аналогично понижается с применением следующего преобразования вектора напряжённости электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{F_\sigma(\sigma) G_\sigma(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\sigma + \frac{F_\tau(\sigma) G_\tau(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\tau. \quad (18)$$

Кроме того, чтобы преобразовать уравнение непрерывности для плотности тока (5) – дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных применяется следующее представление для функции плотности тока $\vec{j}$:

$$\vec{j} = \frac{f_\sigma(\sigma) g_\sigma(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\sigma + \frac{f_\tau(\sigma) g_\tau(\tau)}{(\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}} \vec{e}_\tau. \quad (19)$$

В итоге решения уравнений (3) – (5) с применением уравнений (17–19) и с учетом уравнения ФН (6) внутри пучка получаются следующие девять обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с десятью неизвестными ($\xi, \eta, \sigma, \tau, F_\sigma, G_\sigma, F_\tau, G_\tau, f_\sigma, g_\tau$):

$$\dot{\xi} = \frac{e}{m} \left(\frac{\sigma F_\sigma G_\sigma}{\sigma^2 + \tau^2} - \frac{\tau F_\tau G_\tau}{\sigma^2 + \tau^2} \right),$$

$$\dot{\eta} = K + \frac{e}{m} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{F_\sigma G_\sigma}{\sigma^2 + \tau^2} + \frac{1}{\tau} \frac{F_\tau G_\tau}{\sigma^2 + \tau^2} \right) - \eta^2,$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma \xi + \sigma \tau^2 \eta}{\sigma^2 + \tau^2},$$

$$\dot{\tau} = \frac{-\tau \xi + \sigma^2 \tau \eta}{\sigma^2 + \tau^2},$$

$$\dot{G}_\sigma = c_2 G_\tau \dot{\tau},$$

$$\dot{F}_\tau = c_2 F_\sigma \dot{\sigma},$$

$$\dot{f}_\sigma = c_1 a_1 \frac{F_\tau^2 \dot{\sigma}}{(\sigma^2 + \tau_0^2)^{1/2}} \exp \left(-\frac{b_1 (\sigma^2 + \tau_0^2)^{1/2}}{F_\tau} \right) - \frac{1}{\sigma} f_\sigma \dot{\sigma},$$

$$\begin{aligned}\dot{g}_\tau &= -c_1 \frac{g_\tau \dot{\sigma}}{f_\sigma} a_1 \frac{F_\tau^2}{(\sigma^2 + \tau_0^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{b_1(\sigma^2 - \tau_0^2)^{1/2}}{F_\tau}\right) - \frac{1}{\tau} g_\tau \dot{\tau}, \\ \frac{1}{F_\tau} \frac{\dot{F}_\sigma}{\dot{\sigma}} + \frac{F_\sigma}{F_\tau} \frac{1}{\sigma} + \frac{G_\tau}{G_\sigma} \frac{1}{\tau} + \frac{1}{G_\sigma} \frac{\dot{G}_\tau}{\dot{\tau}} &= \frac{f_\sigma g_\sigma}{\varepsilon_0(\sigma^2 + \tau^2) G_\sigma F_\tau \sigma \tau \dot{\sigma}},\end{aligned}\quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{a}{g_\tau(\tau_0)} G_\tau^2(\tau_0), \quad b_1 = \frac{b}{G_\tau(\tau_0)}, \\ K &= \dot{\phi} \left(\dot{\phi} + \frac{eB}{m} \right), \\ \dot{\phi} &= -\frac{eB}{2m} + \left(W + \frac{eB}{2m} \right) \frac{\sigma_0^2 \tau_0^2}{\sigma^2 \tau^2},\end{aligned}$$

где $W = \dot{\phi}_0$ при $\sigma = \sigma_0, \tau = \tau_0$.

Использование условия на границе пучок-вакуум (7) позволяет связать полученные две системы уравнений внутри и вне пучка (16 и 20) и найти недостающее уравнение. Решая уравнение

$$\frac{1}{F_\tau} \frac{\dot{F}_\sigma}{\dot{\sigma}} + \frac{F_\sigma}{F_\tau} \frac{1}{\sigma} + \frac{G_\tau}{G_\sigma} \frac{1}{\tau} + \frac{1}{G_\sigma} \frac{\dot{G}_\tau}{\dot{\tau}} = \frac{f_\sigma g_\sigma}{\varepsilon_0(\sigma^2 + \tau^2) G_\sigma F_\tau \sigma \tau \dot{\sigma}} \quad (21)$$

при условии (7) в случае параболического катода:

$$\frac{\dot{\sigma}_V}{\dot{\tau}_V} = \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\tau}}, \quad (22)$$

найдем следующие уравнения для G_τ и F_τ :

$$\dot{G}_\tau = \frac{G_\sigma \dot{\tau}}{2} \left(\frac{f_\sigma g_\sigma}{\varepsilon_0(\sigma^2 + \tau^2) G_\sigma F_\tau \sigma \tau \dot{\sigma}} - \frac{F_\sigma}{F_\tau} \frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\tau} \frac{G_\tau}{G_\sigma} - \frac{B_3}{\dot{\sigma}} \right), \quad (23)$$

$$\dot{F}_\tau = \frac{F_\tau \dot{\sigma}}{2} \left(\frac{f_\sigma g_\sigma}{\varepsilon_0(\sigma^2 + \tau^2) G_\sigma F_\tau \sigma \tau \dot{\sigma}} - \frac{F_\sigma}{F_\tau} \frac{1}{\sigma} - \frac{G_\tau}{G_\sigma} \frac{1}{\tau} + \frac{B_3}{\dot{\sigma}} \right), \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned}B_3 &= \frac{m}{e} \frac{(\eta_V B_1 - \xi_V B_2 + A)(\sigma^2 + \tau^2) \eta}{\left(\frac{\xi}{\sigma} - \sigma \eta \right) F_\tau G_\sigma \eta_V}, \\ B_1 &= \frac{e}{m} \frac{1}{\sigma^2 + \tau^2} \left(\dot{\sigma} F_\sigma G_\sigma + \sigma F_\sigma \dot{G}_\sigma - \dot{\tau} F_\tau G_\tau - \tau \dot{F}_\tau G_\tau \right) - \\ &\quad - \frac{2e}{m} \frac{(\sigma \dot{\sigma} - \tau \dot{\tau})}{(\sigma^2 + \tau^2)^2} (\sigma F_\sigma G_\sigma - \tau F_\tau G_\tau),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= \frac{e}{m} \frac{\left(-\frac{\dot{\sigma}}{\sigma^2} F_\sigma G_\sigma + \frac{1}{\sigma} F_\sigma \dot{G}_\sigma - \frac{\dot{\tau}}{\tau^2} F_\tau G_\tau + \frac{1}{\tau} \dot{F}_\tau G_\tau \right)}{\sigma^2 + \tau^2} - \\
&\quad - \frac{2e (\sigma \dot{\sigma} + \tau \dot{\tau})}{m (\sigma^2 + \tau^2)^2} \left(\frac{1}{\sigma} F_\sigma G_\sigma + \frac{1}{\tau} F_\tau G_\tau \right) - 2\eta \dot{\eta} + \dot{K}, \\
\dot{K} &= - \left(\frac{eB}{m} \right)^2 \left(\frac{\sigma_0 \tau_0}{\sigma \tau} \right)^4 \eta \left(\frac{2m}{eB} W + 1 \right)^2, \\
A &= \xi \ddot{\eta}_V + 2 \left(\dot{\xi} \dot{\eta}_V - \dot{\xi}_V \dot{\eta} \right) - \ddot{\xi}_V \eta, \\
\ddot{\xi}_V &= \frac{e}{m} \frac{1}{\sigma_V^2 + \tau_V^2} \left(\sigma_V \dot{F}_\sigma^V G_\sigma^V - \tau_V F_\tau^V \dot{G}_\tau^V \right) + B_1^V, \\
B_1^V &= \frac{e}{m} \frac{\left(\dot{\sigma}_V F_\sigma^V G_\sigma^V + \sigma_V F_\sigma^V \dot{G}_\sigma^V - \dot{\tau}_V F_\tau^V G_\tau^V - \tau_V \dot{F}_\tau^V G_\tau^V \right)}{\sigma^2 + \tau^2} - \\
&\quad - \frac{2e (\sigma_V \dot{\sigma}_V + \tau_V \dot{\tau}_V)}{m (\sigma_V^2 + \tau_V^2)} \left(\sigma_V F_\sigma^V G_\sigma^V - \tau_V F_\tau^V G_\tau^V \right), \\
\ddot{\eta}_V &= \frac{e}{m} \left(\frac{1}{\sigma_V} \dot{F}_\sigma^V G_\sigma^V + \frac{1}{\tau_V} F_\tau^V \dot{G}_\tau^L \right) + B_2^V, \\
B_2^V &= \dot{K}_V + \frac{e}{m} \frac{\left(-\frac{\dot{\sigma}_V}{\sigma_V^2} F_\sigma^V G_\sigma^V + \frac{1}{\sigma_V} F_\sigma^V \dot{G}_\sigma^V - \frac{\dot{\tau}_V}{\tau_V^2} F_\tau^V G_\tau^V + \frac{1}{\tau_V} \dot{F}_\tau^V G_\tau^V \right)}{\sigma_V^2 + \tau_V^2} - \\
&\quad - \frac{2e (\sigma_V \dot{\sigma}_V + \tau_V \dot{\tau}_V)}{m (\sigma_V^2 + \tau_V^2)^2} \left(\frac{1}{\sigma_V} F_\sigma^V G_\sigma^V + \frac{1}{\tau_V} F_\tau^V G_\tau^V \right) - 2\eta_V \dot{\eta}_V, \\
\dot{K}_V &= - \left(\frac{eB}{m} \right)^2 \left(\frac{\sigma_0 \tau_0}{\sigma_V \tau_V} \right)^4 \eta_V \left(\frac{2m}{eB} W + 1 \right)^2.
\end{aligned}$$

В итоге получается система из 18 обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: система уравнений внутри пучка (16), система уравнений вне пучка (20) и (23, 24), которую можно решить с помощью численного метода Рунге–Кутты 4 с применением Mathcad 2020 – системы компьютерной алгебры. В ходе проведения численного эксперимента показано, что полученная система дифференциальных уравнений позволяет получить траекторию крайнего электрона, который определяет форму и размер, а также другие характеристики электронного пучка, эмиссионные характеристики ПЭК (рис. 2). Траектории крайних электронов (рис. 2) указывают на то, что при учете пространственного заряда электронный пучок расширяется, а при увеличении значения магнитной индукции внешнего магнитного поля пучок сужается, что соответствует физическим явлениям, происходящим в реальной электронно-оптической системе.

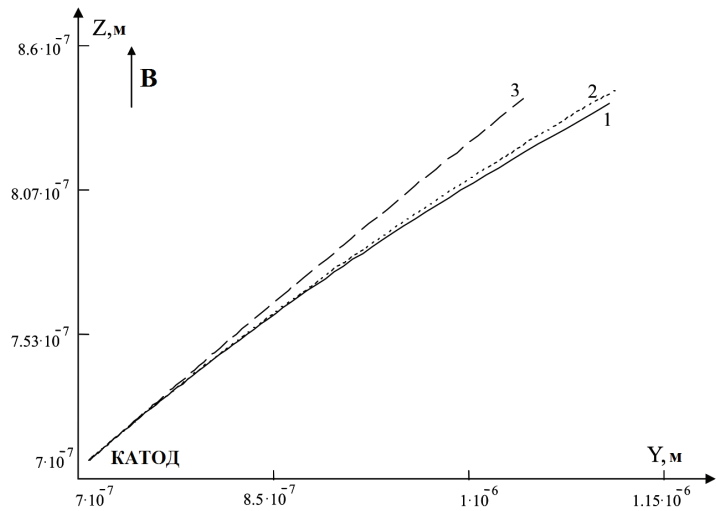


Рис. 2. Сравнение траекторий крайнего электрона параболоидного катода с учетом пространственного заряда в отсутствие внешнего магнитного поля (1) и во внешнем магнитном поле при его различных значениях: 2 – во внешнем магнитном поле B_1 ; 3 – во внешнем магнитном поле B_2 (при условии $B_2 > B_1$)

Fig. 2. Comparison of the trajectories of the outermost electron of a paraboloidal cathode taking into account the spatial charge in the absence of an external magnetic field (1) and in an external magnetic field at its different values: 2 – in the external magnetic field B_1 ; 3 – in the external magnetic field B_2 (under the condition $B_2 > B_1$)

Совместное решение дифференциальных уравнений при различных значениях размеров ПЭК, напряженностей электрического и магнитных полей, которые можно варьировать в ходе численного эксперимента, позволит получить интересные нас параметры электронного зонда при исследовании биообразцов. Проведение дальнейших численных расчетов данной модели и усложнение ее путем введения дополнительных электрических и магнитных полей, а также условий сужения пучка в ходе его распространения в заданной электронно-оптической системе, симулирующих прохождение пучка через диафрагмы конструкции СЭМ, позволят разработать математические модели, которые могут быть применены в разработке прототипов программных обеспечений СЭМ, которые могут быть использованы как программы автоматизации подбора режима работы СЭМ определенной модификации и для разработки новых модификаций СЭМ.

Заключение

Полученные формы и размеры пучков, определяемые траекторией «крайнего электрона», а также численные значения плотности тока, распределения напряженности электрического поля вблизи поверхности катода, а также расчет на основе этих данных значений токов пучка, позволяют определить эмиссионные характеристики ПЭК электронно-оптической системы с уточнением формы и размеров ПЭК. На основе данных численного эксперимента можно разработать программное обеспечение для СЭМ для автоматизации выбора режима работы микроскопа для улучшения качества изображения биообразцов. Кроме того, на основе этих исследований, возможно, можно говорить о целесообразности производства СЭМ с определенными эмиссионными характеристиками для исследований биообразцов в медицине для разработки новых и развития уже применяемых методов диагностики и терапии, в междисциплинарных научно-исследовательских работах с улучшением качества изображения.

Литература / References

1. Ishiwata, T., Hasegawa, F., Michishita, M., et.al. (2018). Electron microscopic analysis of different cell types in human pancreatic cancer spheres. *Oncology letters*, 15(2), pp. 2485–2490.
2. Noble, J.M., Roberts, L.D.M., Vidavsky, N., et.al. (2020). Direct comparison of optical and electron microscopy methods for structural characterisation of extracellular vesicles. *Journal of structural biology*, 210(1) P. 107474.
3. Becker, A., Thakur, B.K., Weiss, J.M. et.al. (2016). Extracellular vesicles in cancer: cell-to-cell mediators of metastasis. *Cancer cell*, 30(6), pp. 836–848.
4. Rikkers, L.G., Beekman, P., Caro, J. et.al. (2020). Cancer-ID: toward identification of cancer by tumor-derived extracellular vesicles in blood. *Frontiers in oncology*, 10, P. 608.
5. Maksimov, G.V., Mamaeva, S.N., Antonov, S.R. et.al. (2016). Measuring erythrocyte morphology by electron microscopy to diagnose hematuria. *Measurement Techniques*, 59, pp. 327–330.
6. Mamaeva, S., Kononova, I., Ruzhansky, M. et.al. (2020). Using scanning electron microscopy and atomic force microscopy to study the formation of nanoparticles on red blood cell surface in cervical cancer patients. *International Journal of Biomedicine*, 10(1), pp. 70–75.

МАМАЕВА Саргылана Николаевна – к. ф.-м. н., доцент, зав. каф. общей и экспериментальной физики Физико-технического института, СВФУ им. М.К. Аммосова.

E-mail: sargylana_mamaeva@mail.ru

МАМАЕВА Sargylana Nikolaevna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of General and Experimental Physics, Institute of Physics and Technology, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University.

ЕГОРОВ Николай Васильевич – д. ф.-м. н., проф., зав. каф. моделирования электромеханических и компьютерных систем, Факультет прикладной математики – процессов управления, СПбГУ.

E-mail: n.v.egorov@spbu.ru

EGOROV Nikolay Vasilyevich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Modeling of Electromechanical and Computer Systems, Faculty of Applied Mathematics – Control Processes, St. Petersburg State University.

ЯКОВЛЕВ Борис Васильевич – д. ф.-м. н., проф. каф. фундаментальной физики, Физико-технический институт, СВФУ им. М.К. Аммосова.

E-mail: b-yakovlev@mail.ru

YAKOVLEV Boris Vasilyevich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Fundamental Physics, Institute of Physics and Technology, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University.

ПАВЛОВ Александр Николаевич – н. с. лаборатории «Радиационные технологии» ФТИ, СВФУ им. М.К. Аммосова.

E-mail: alpavlov@mail.ru

PAVLOV Alexander Nikolaevich – Researcher at the Laboratory “Radiation Technologies”, Institute of Physics and Technology, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University.

НИКОЛАЕВА Надежда Анатольевна – н. с. лаборатории «Радиационные технологии» ФТИ, СВФУ имени М.К. Аммосова.

NIKOLAEVA Nadezhda Anatolyevna – Researcher at the Laboratory “Radiation Technologies”, Institute of Physics and Technology, M.K. Ammosov North-Eastern Federal University.

МАКСИМОВ Георгий Владимирович – к. б. н., проф. каф. биофизики Биологического факультета, МГУ им. М.В. Ломоносова.

E-mail: gmaksimov@mail.ru

MAKSIMOV Georgy Vladimirovich – Candidate of Biological Sciences, Professor of the Department of Biophysics, Faculty of Biology, M.V Lomonosov Moscow State University.